

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XCVI Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 25 maja 2026r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Numer rejestracyjny:

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

Rozpatrujemy model ciągły, w którym stałe natężenie śmiertelności $\mu = 0,005$ oraz roczne natężenie oprocentowania $\delta = 0,045$. Ile wynosi składka jednorazowa netto za 20 letnie ubezpieczenie terminowe na życie, w którym suma ubezpieczenia wynosi 20000?

- (A) $1000 \times (1 - e^{(-1)})$
- (B) $1000 \times (1 - e^{(-2)})$
- (C) $2000 \times (1 - e^{(-1)})$
- (D) $2000 \times (1 - e^{(-2)})$
- (E) $2500 \times (1 - e^{(-1)})$

Zadanie 2.

W modelu dyskretnym rozważamy terminowe ubezpieczenie na życie, z sumą ubezpieczenia 120 000zł. (Składki w stałej wysokości płatne są na początku każdego roku, a świadczenie ubezpieczeniowe na koniec roku zgonu).

Składka brutto zawiera składkę netto oraz narzuty na:

- koszty administracyjne, ponoszone na początku każdego roku w kwocie 48 zł;
- prowizję w wysokości 50% składki brutto, płatną na początku umowy;
- prowizję w wysokości 5% składki brutto, płatną od drugiego roku umowy;
- narzut na zysk w wysokości 10% składki netto.

Dane są: $A^1_{x:\overline{n}|} = 0,092064$; $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 14,716141$.

Proszę obliczyć jaki procent składki brutto stanowią wszystkie powyższe narzuty. Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 21%
- (B) 23%
- (C) 25%
- (D) 27%
- (E) 29%

Zadanie 3.

Rozpatrujemy dyskretne, n -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie wystawione dla (x), z sumą ubezpieczenia 40 000 (płatną na koniec roku) oraz roczną składką netto (płatną z góry) w wysokości 973,3.

Na koniec 10 roku ubezpieczenia, ubezpieczony dokonuje wypłaty częściowej w wysokości w (tj. o taką kwotę pomniejszana jest rezerwa matematyczna ${}_{10}V$). Jednocześnie ubezpieczony zachowuje dotychczasową składkę i sumę ubezpieczenia na życie, natomiast przeliczona odpowiednio suma na dożycie wynosi 30 300. Wiedząc, iż kontrakt skalkulowany jest z zerową marżą zakładu, proszę podać ile wynosi w .

Dane są:

- $A_{x+10:\overline{n-10}|} = 0,59229$; $A_{x+10:\overline{n-10}|}^1 = 0,19003$;
- Stopa techniczna $i = 3\%$.

Proszę wskazać najbliższą wartość.

- (A) 3 502
- (B) 3 602
- (C) 3 702
- (D) 3 802
- (E) 3 902

Zadanie 4.

W modelu dyskretnym rozważmy 20 letnie ubezpieczenie terminowe na życie (50), opłacane rocznymi składkami, na początku każdego roku. Suma ubezpieczenia wynosi 120000 złotych. Wiadomo, że śmiertelność odnotowywana na portfelu zakładu ubezpieczeń wynosi 100% śmiertelności zgodnej z modelem de'Moivre'a, z intensywnością zgonów $\mu_t = (50 - t)^{-1}$.

Koszty zakładu ponoszone na początku każdego roku są stałe i wynoszą 360 zł. Stopa techniczna wynosi $i = 5\%$, oraz zakładamy, że zyski z inwestycji równe są stopie technicznej i nie będzie wczesnego zakończenia umowy (innego niż zgon). Aktuarialna wartość obecna zysku technicznego z tej umowy, zdyskontowana na chwilę $t = 0$, wynosi 520,25 zł.

Proszę obliczyć stosunek składki brutto pobieranej przez zakład do składki netto za to ubezpieczenie. Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 113%
- (B) 115%
- (C) 117%
- (D) 119%
- (E) 121%

Zadanie 5.

W modelu dyskretnym o trzech stanach (0 – ubezpieczony płaci składki, 1 – zgon, 2 – wczesne zakończenie umowy inne niż zgon), rozpatrujemy ubezpieczenie na życie i dożycie na n lat. Stała składka brutto płacona jest na początku każdego roku w kwocie 5600 złotych. Suma ubezpieczenia na życie i dożycie wynosi 75 000. Ponoszone przez zakład ubezpieczeń koszty wynoszą 16% składki brutto, a w przypadku przejścia ze stanu 0 do stanu 2 zakład wypłaca osobie ubezpieczonej kwotę rezerwy matematycznej brutto pomniejszoną o 4%.

Wiemy, że aktuarialna wartość obecna wypłat 100% rezerwy matematycznej przy przejściu ze stanu 0 do 2 wynosi 10192,27. Dodatkowo dane są: $A_{x:n}^{01} = 0,14627$; $A_{x:n}^{00} = 0,14738$; $\ddot{a}_{x:n}^{00} = 7,3301$.

Ile wynosi aktuarialna wartość obecna zysku osiągniętego z tej umowy? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 2472,46
- (B) 2572,46
- (C) 2672,46
- (D) 2772,46
- (E) 2872,46

Zadanie 6.

Rozważmy n -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie, wystawione dla (x) , z roczną składką regularną płaconą z góry. Suma ubezpieczenia na życie i na dożycie, w kwocie 45000, wypłacana jest na koniec roku. (Umowa skalkulowana została przy założeniu zerowej marży zakładu.)

Dla pewnego $0 < k < n$ dane są następujące wartości:

- $A_{x+k:\overline{n-k}|} = 0,62215$;
- $\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = 7,93488$;
- Rezerwa netto ${}_kV = 11440,79$.

Ile wynosi składka netto za to ubezpieczenie? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 2026,47
- (B) 2046,47
- (C) 2066,47
- (D) 2086,47
- (E) 2096,47

Zadanie 7.

W modelu ciągłym rozważmy 10 letnie ubezpieczenie terminowe ze stałymi natężeniami śmiertelności oraz całkowitej niezdolności do pracy (NP). W przypadku zgonu ubezpieczonego lub wystąpienia zdarzenia całkowitej NP wypłacana jest kwota $SU = 50$. Po przyznaniu świadczenia z tytułu całkowitej NP ochrona z tytułu śmierci nie wygasa, ale wiadomo, że natężenie śmiertelności osoby całkowicie niezdolnej do pracy wzrasta trzykrotnie.

Dane są:

- roczne natężenie oprocentowania $\delta = 0,02$
- roczne natężenie śmiertelności $\mu_{x+t} = 0,01$
- oraz roczne natężenie ryzyka całkowitej niezdolności do pracy $\mu_{x+t}^{NP} = 0,02$.

Ile wynosi składka jednorazowa netto za to ubezpieczenie?

(A) $40 - 46e^{-\frac{1}{2}}$

(B) $40 - 48e^{-\frac{1}{2}}$

(C) $42 - 46e^{-\frac{1}{2}}$

(D) $42 - 48e^{-\frac{1}{2}}$

(E) $44 - 48e^{-\frac{1}{2}}$

Zadanie 8.

Rozpatrujemy model dyskretny ubezpieczenia typu ogólnego, wystawionego na życie (x). Składka regularna brutto płacona jest na początku każdego roku, w wysokości 2440. W składce brutto uwzględnione są koszty administracyjne w wysokości 120 oraz prowizji, w wysokości 4% składki (modelowo ponoszone na początku każdego roku ubezpieczenia). W przypadku zgonu ubezpieczonego, na koniec roku w którym zgon wystąpił, wypłacana jest $SU = 45\,000$.

Dodatkowo dane są:

- stopa techniczna $i = 5\%$;
- $q_x = 0,00266$;
- oraz rezerwa matematyczna brutto ${}_0V = -1446$.

Ile wynosi rezerwa brutto ${}_1V$? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 657,38
- (B) 677,38
- (C) 697,38
- (D) 717,38
- (E) 737,38

Zadanie 9.

Rozpatrujemy bezkosztowy model ciągły, ze stałymi natężeniami śmiertelności. Natężenie śmiertelności męża $\mu_x = 0,05$ natomiast żony $\mu_y = 0,03$. Renta małżeńska wypłaca do chwili drugiego zgonu, z roczną intensywnością kwotę netto 120.

Zakładając, iż zmienne losowe czasu zgonu męża oraz czasu zgonu żony są niezależne, oraz roczne natężenie oprocentowania $\delta = 7\%$, proszę podać ile wynosi składka jednorazowa netto za to ubezpieczenie?

- (A) 1 200
- (B) 1 400
- (C) 1 600
- (D) 1 800
- (E) 2 000

Zadanie 10.

Rozpatrujemy plan emerytalny, w modelu ciągłym o trzech stanach (0 – pracownik stanowisko nie kierownicze, 1 – pracownik na stanowisku kierowniczym, 2 – poza planem z dowolnej przyczyny). Dla $t \in [0, 10]$ intensywności roczne przejścia pomiędzy stanami są następujące: $\mu_{x+t}^{01} = 0,02$; $\mu_{x+t}^{02} = 0,08$; $\mu_{x+t}^{12} = 0,05$.

Powrót ze stanu 1 do stanu 0 nie jest możliwy oraz nie jest możliwy żaden powrót ze stanu 2.

Proszę podać ile wynosi prawdopodobieństwo ${}_{10}p_x^{01}$? (Prawdopodobieństwo, że pracownik przystępujący do planu na stanowisku nie kierowniczym, po 10 latach będzie nadal w planie i będzie zajmował stanowisko kierownicze.)

(A) $\frac{2}{5}(e^{-0,5} - e^{-1})$

(B) $\frac{5}{4}(e^{-0,5} - e^{-0,8})$

(C) $\frac{2}{4}(e^{-0,5} - e^{-0,8})$

(D) $\frac{2}{4}(e^{-0,2} - e^{-0,8})$

(E) $\frac{2}{5}(e^{-0,2} - e^{-1})$

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 25 maja 2026r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Numer rejestracyjny :

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	C	
2	A	
3	E	
4	B	
5	C	
6	D	
7	D	
8	C	
9	B	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.